MATEMÁTICA I

QUESTÃO 1

O cilindro circular reto eqüilátero (em que a altura é igual ao diâmetro da base) possui a seguinte propriedade: *entre todos os cilindros de mesmo volume é o que possui menor área total*.
Uma empresa pretende comercializar o seu produto em embalagens cilíndricas com 400 ml.
Calcule as dimensões aproximadas da embalagem para que o custo de sua produção seja o menor possível. **(5,0 pontos)**

QUESTÃO 2

Uma empresa divulga seus produtos distribuindo um jogo cujas peças são semelhantes às de um jogo de dominó. Em cada peça desse jogo há sempre dois produtos, que podem ser iguais. A ordem em que os produtos aparecem na peça não importa, conforme a figura abaixo.

PRODUTO A	PRODUTO B	=	PRODUTO B	PRODUTO A

Nessas condições,

a) determine uma função que relacione a quantidade de peças desse jogo em função da quantidade de produtos a serem anunciados; **(2,5 pontos)**

b) é possível obter um jogo com 66 peças? Justifique sua resposta. **(2,5 pontos)**

QUESTÃO 3

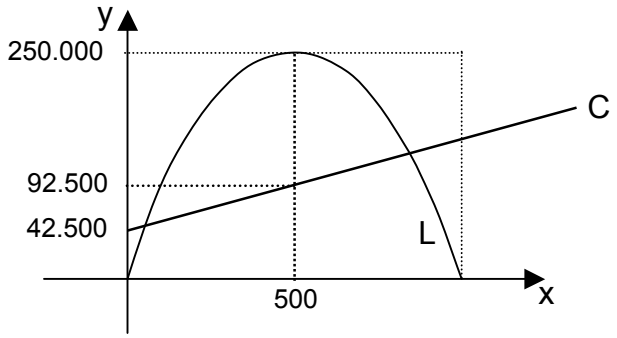
Considere os polinômios $p(x) = x^4 - 13x^3 + 30x^2 + 4x - 40$ e $q(x) = x^2 - 9x - 10$.

a) Calcule $s(x) = \dfrac{p(x)}{q(x)}$. **(2,5 pontos)**

b) Resolva a inequação $p(x) < 0$. **(2,5 pontos)**

QUESTÃO 4

Seja x a quantidade de produtos fabricados por uma empresa. A parábola L e a reta C, conforme figura abaixo, são os gráficos das funções $L(x)$, que representa o lucro total da empresa, e $C(x)$, que representa o custo de produção e comercialização do produto.



Se o lucro líquido é o lucro total menos o custo de produção e comercialização,

a) calcule o intervalo de variação da produção em que a empresa terá lucro; **(3,5 pontos)**

b) esboce o gráfico do lucro líquido. **(1,5 pontos)**

QUESTÃO 5

Num quadrilátero convexo, cujas diagonais são perpendiculares, o produto da medida de suas diagonais é igual ao dobro da medida de sua área. Se os pontos A(1,1), B(2,4) e C(6,5) são vértices de um quadrilátero convexo, cujas diagonais são perpendiculares, encontre as coordenadas do quarto vértice, sabendo que sua área é $\frac{41}{2}$ m^2. **(5,0 pontos)**

QUESTÃO 6

Uma ducha é fixada diretamente na parede de um banheiro. O direcionamento do jato d´água é feito modificando o ângulo entre a ducha e a parede. Considerando que essa ducha produz um jato d´água retilíneo, uma pessoa em pé, diante da ducha, recebe-o na sua cabeça quando o ângulo entre a ducha e a parede é de 60º. Modificando o ângulo para 44º e mantendo a pessoa na mesma posição, o jato atinge-a 0,70 m abaixo da posição anterior.
Nessas condições, determine a distância dessa pessoa à parede, na qual está instalada a ducha.

Dados: $\operatorname{tg} 44^\circ = 0{,}96$ e $\operatorname{tg} 60^\circ = 1{,}73$

(5,0 pontos)

QUESTÃO 7

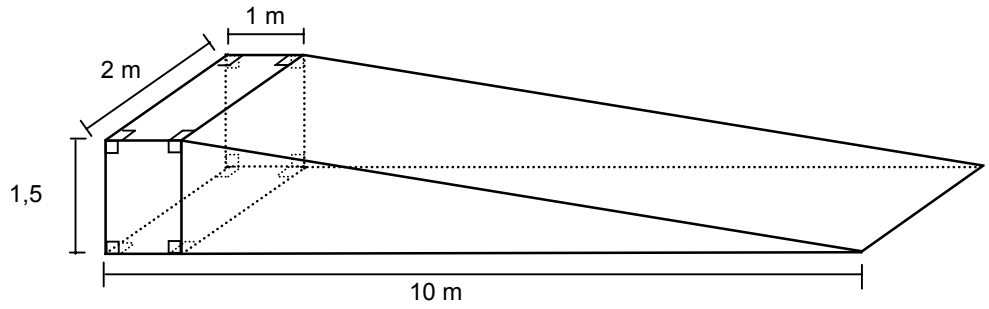
O senhor João tomou uma certa quantia em dinheiro emprestado de um amigo e vai pagar, em cada mês, sem acréscimo de juros, 10% da dívida do mês anterior (saldo devedor). Calcule a quantidade mínima de meses, a partir do primeiro pagamento, que serão necessários para que o senhor João tenha pago mais da metade da dívida.

Dado: $\log_2 0{,}9 = -0{,}15$

(5,0 pontos)

QUESTÃO 8

Para a colocação de uma estátua foi necessário construir um pedestal de concreto com a forma da figura abaixo.

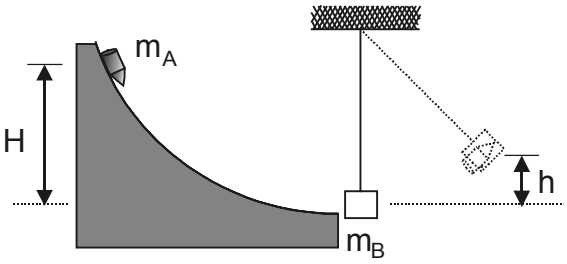


Calcule quantos metros lineares de meio-fio em forma de paralelepípedo retângulo, com 20 cm de altura e 15 cm de largura, poderiam ser construídos com a mesma quantidade de concreto gasto na construção do pedestal representado acima. **5,0 pontos)**

FÍSICA

QUESTÃO 9

Um corpo cilíndrico pontiagudo de massa m_A desliza por uma rampa sem atrito, a partir da altura H, e, no final da rampa, já na horizontal, colide com outro corpo de massa m_B suspenso por um fio de massa desprezível, inicialmente em repouso. Após a colisão, os corpos permanecem unidos e sobem juntos até uma altura h acima da posição do choque, conforme ilustrado na figura.



Dados:
m_A = 0,5 kg
m_B = 1,5 kg
H = 80 cm

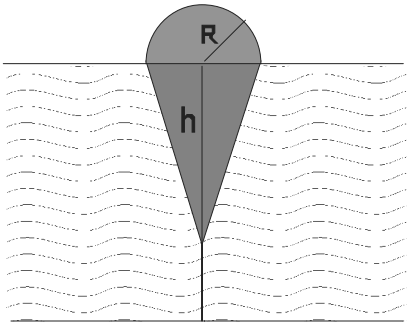
a) Qual é o valor de h? **(3,5 pontos)**

b) Que fração da energia inicial é dissipada na colisão? **(1,5 ponto)**

QUESTÃO 10

Uma bóia de sinalização tem a forma de um cone invertido encimado por um hemisfério e está presa por um fio, de massa desprezível, ao fundo de um reservatório d'água, de maneira a ter apenas a parte cônica submersa, como mostra a figura. O cone tem altura h = 1 m e o raio de sua base, que é o mesmo do hemisfério, é R = 30 cm. A bóia é maciça e construída de um material de densidade ρ = 0,45 g/cm^3. Estime o valor da tensão no fio, considerando π =3, g = 10 m/s^2 e a densidade da água ρ_A = 1,0 g/cm^3.

(5,0 pontos)



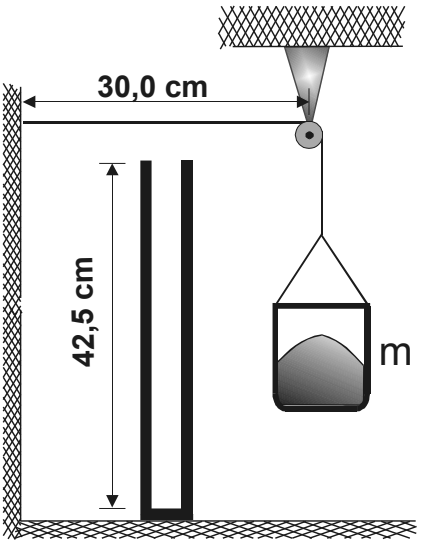
QUESTÃO 11

O esquema da figura mostra uma experiência em que pouco a pouco se adiciona areia ao balde que tenciona o fio, até que o som emitido pelo fio, quando tangido, produza, no interior de um tubo aberto na parte superior e fechado na parte de baixo, ondas estacionárias ressonantes no modo fundamental.

A densidade linear do fio é de 5 g/m, a distância entre a roldana e a parede é de 30,0 cm e o tubo tem 42,5 cm de comprimento. Considerando a velocidade do som no ar 340 m/s e a aceleração da gravidade 10 m/s^2, calcule:

a) a freqüência da onda sonora produzida; **(3,0 pontos)**

b) a massa total do balde com areia, quando ocorre a ressonância. **(2,0 pontos)**

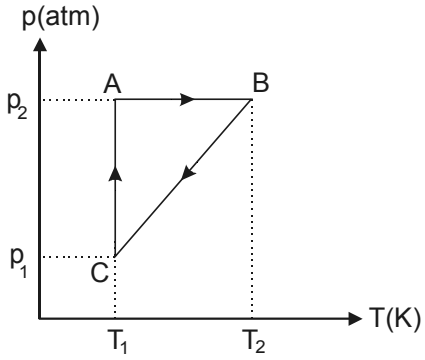


QUESTÃO 12

O diagrama pxT, ao lado, representa um ciclo de transformações sofridas por um gás ideal.

a) Quais os nomes dos processos AB, BC e CA? **(3,0 pontos)**

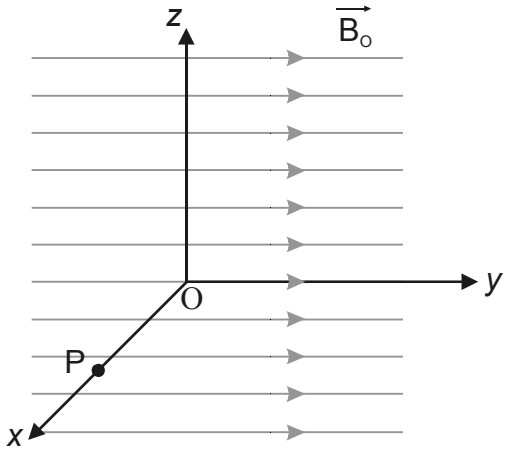
b) Esboce um gráfico desse ciclo num diagrama pxV. **(2,0 pontos)**



QUESTÃO 13

O campo magnético da Terra tem, num determinado local, a magnitude B_0 = 0,5 gauss. Define-se um sistema de coordenadas em que o eixo y coincide com a direção e o sentido do campo, como mostra a figura.

Dados: $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ Tm/A
1 gauss = 10^{-4} T

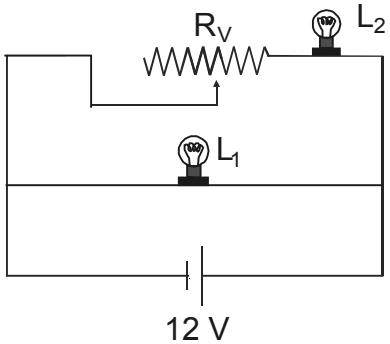


a) Desenhe na figura um fio retilíneo longo que passe através do ponto P, situado a 10 cm da origem, e indique o sentido da corrente elétrica nesse fio para que o campo magnético se anule na origem. **(2,0 pontos)**

b) Calcule o valor da corrente elétrica no fio. **(3,0 pontos)**

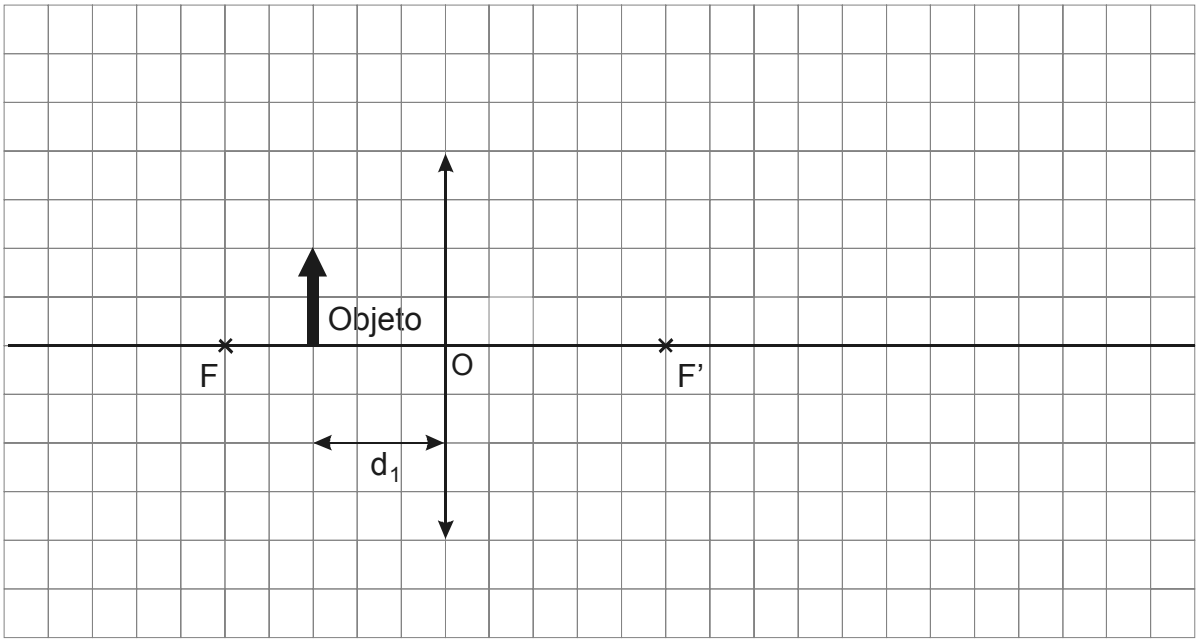
QUESTÃO 14

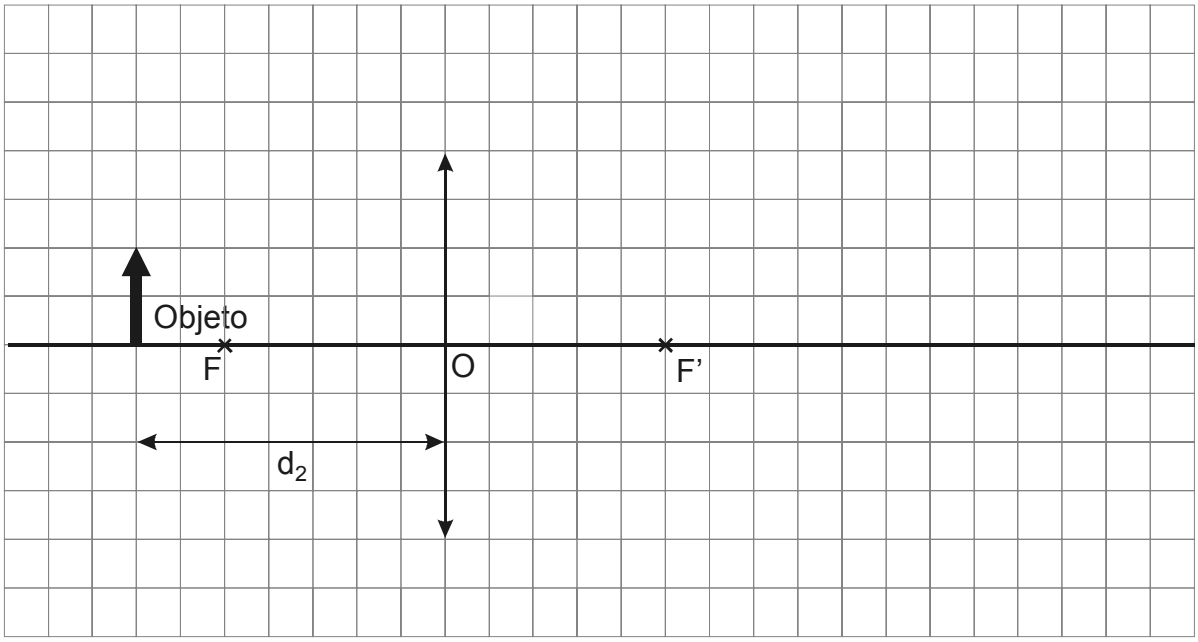
Duas lâmpadas, L_1 e L_2, quando ligadas isoladamente em 12 V, exibem, respectivamente, potências de 4 W e 9 W.
Uma resistência variável R_V é ligada em série a L_2 e o conjunto é ligado em paralelo à lâmpada L_1 e a uma fonte de 12 V, como mostra a figura. Qual deve ser o valor de R_V para que o brilho de L_2 seja idêntico ao de L_1? **(5,0 pontos)**



QUESTÃO 15

Uma lente delgada convergente possui distância focal f. Um objeto é colocado à frente da lente, primeiro à distância $d_1 < f$ e depois à distância $d_2 > f$, conforme mostram as figuras abaixo.





a) Represente nas figuras as imagens obtidas em cada caso, usando diagramas de raios. **(3,0 pontos)**

b) Descreva as características de cada uma das imagens obtidas. **(1,0 ponto)**

c) Em qual das duas situações a lente funciona como uma lupa? **(1,0 ponto)**

QUESTÃO 16

Radiações eletromagnéticas com freqüências maiores que as da região do visível, como ultravioleta, raios-X e raios gama, podem produzir danos aos organismos vivos, pelo fato de possuírem fótons com energias muito altas. Considere raios-X de comprimento de onda 0,1 nm e luz verde de comprimento de onda 500 nm e calcule:

Dado: $c = 3 \times 10^8$ m/s

a) as freqüências das radiações; **(2,5 pontos)**

b) a razão entre as energias de seus fótons. **(2,5 pontos)**

QUÍMICA

QUESTÃO 17

A idéia proposta por Aristóteles, da existência de quatro elementos (terra, ar, água e fogo) constitutivos de toda a matéria existente, mostrou-se não só equivocada como significou também um entrave para o desenvolvimento da Química, dada à influência desse filósofo na construção do pensamento ocidental.

a) Cite duas substâncias que participam da constituição ou produção de cada um dos elementos de Aristóteles. **(4,0 pontos)**

b) Escreva uma equação química que represente uma reação que pode ocorrer entre as substâncias químicas citadas em (a). **(1,0 ponto)**

QUESTÃO 18

A combustão completa de uma amostra de um hidrocarboneto de fórmula molecular C_5H_{10} produziu 11,2 L de CO_2 nas CNTP. Na ausência de luz, esse hidrocarboneto não reage com solução de bromo.

a) Determine a massa, em gramas, da amostra de hidrocarboneto. **(3,0 pontos)**

b) Proponha uma fórmula estrutural plana, condizente com os fenômenos químicos descritos. **(2,0 pontos)**

QUESTÃO 19

As equações químicas das semi-reações, que ocorrem em uma pilha utilizada em aparelhos de audição, são:

$ZnO(s) + H_2O(l) + 2\,e^- \rightarrow Zn(s) + 2OH^-(aq) \quad E^o = -0,76V$

$HgO(s) + H_2O(l) + 2\,e^- \rightarrow Hg(l) + 2OH^-(aq) \quad E^o = +0,85V$

a) Qual a equação global e o potencial-padrão da pilha? **(2,0 pontos)**

b) Qual dos seguintes óxidos, Ag_2O, Al_2O_3, MgO, poderia substituir o HgO nessa pilha? Justifique.

Dados: $Ag^+/Ag \quad E^o = +0,80V$
$Al^{3+}/Al \quad E^o = -1,66V$
$Mg^{2+}/Mg \quad E^o = -2,36V$

(3,0 pontos)

QUESTÃO 20

Em temperaturas altas, iodo (I_2) gasoso decompõe-se em iodo atômico (I) gasoso. A tabela, a seguir, contém valores da pressão inicial (P_i) de I_2 em recipientes de 1 litro, bem como valores da pressão total (P_t) quando os sistemas 1 e 2 atingem o equilíbrio, a 1000K.

Dado: R = 0,082 atm.L/K.mol

Sistema	P_i /atm	P_t /atm
1	0,100	0,154
2	0,300	0,441

a) Determine a quantidade inicial de iodo gasoso no sistema 1, em mols. **(1,0 ponto)**

b) Determine a pressão parcial de iodo gasoso e de iodo atômico gasoso, quando o sistema 1 atinge o equilíbrio. **(2,0 pontos)**

c) Compare as constantes de equilíbrio das reações nos sistemas 1 e 2. **(ITEM ANULADO) (2,0 pontos)**

QUESTÃO 21

A tabela, a seguir, apresenta os dados da quantidade de reagentes e produtos, ao longo do tempo, para uma reação genérica realizada em três condições, como representado:

$$A(s) + B(l) \longrightarrow C(l) \qquad (I)$$

$$A(s) + B(l) \xrightarrow{\text{catalisador}} C(l) \qquad (II)$$

$$A(l) + B(l) \xrightarrow{\text{catalisador}} C(l) \qquad (III)$$

Quantidade de substância/mol			Tempo / s		
A	B	C	Reação (I)	Reação (II)	Reação (III)
1,00	1,00	0	0	0	0
0,75	0,75	0,25	3	2	1
0,50	0,50	0,50	6	4	2
0,25	0,25	0,75	9	6	3
0	0	1,00	12	8	4

a) Esquematize um gráfico da quantidade de produto em função do tempo, para a reação que ocorre com maior velocidade. **(2,5 pontos)**

b) Considerando que o produto é mais estável que os reagentes, esboce para as reações (I) e (II), um único gráfico de energia em função da coordenada de reação. **(2,5 pontos)**

QUESTÃO 22

A presença de dióxido de carbono em água provoca a dissolução de rochas calcárias, tornando a água dura. A dureza dessa água pode ser reduzida com a adição de hidróxido de cálcio.

Dados:

K_{ps}	
$CaCO_3$	$Ca(OH)_2$
$3,0 \times 10^{-9}$	$4,0 \times 10^{-6}$

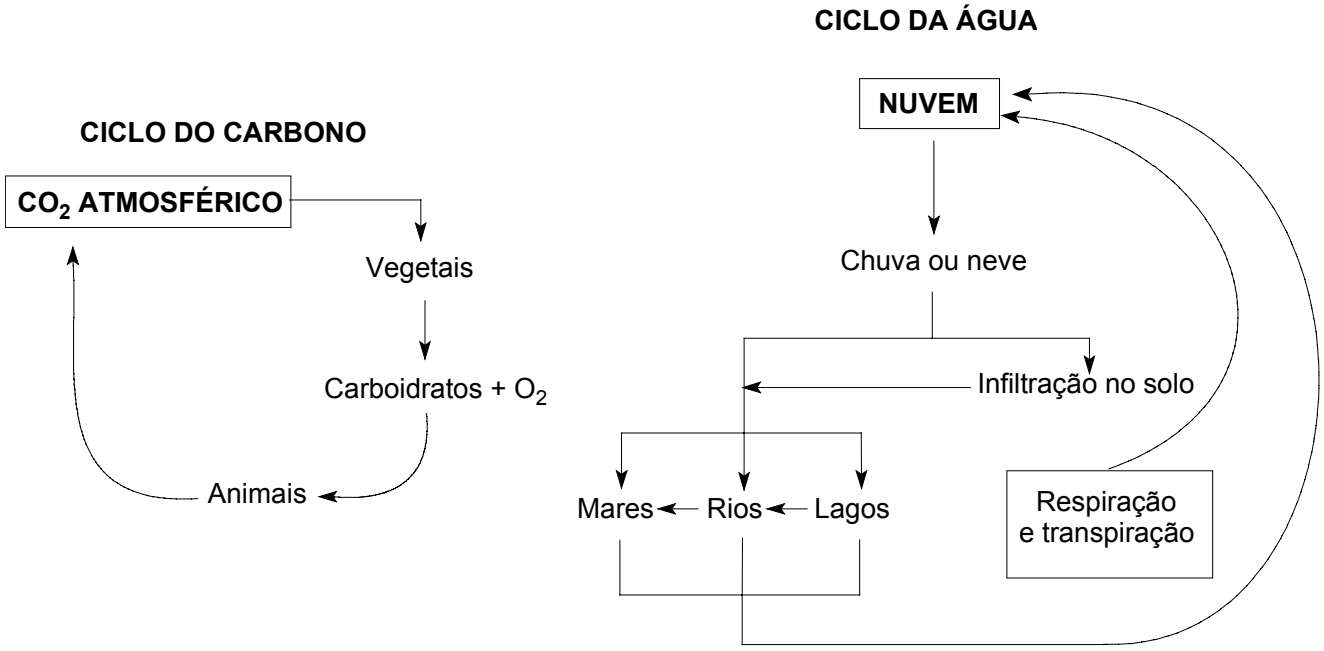
a) Escreva as equações químicas que representem os equilíbrios químicos estabelecidos pela presença de dióxido de carbono em água. **(1,5 ponto)**

b) Escreva a equação de dissolução de carbonato de cálcio em água que contém dióxido de carbono dissolvido. **(1,0 ponto)**

c) Explique como o hidróxido de cálcio reduz a dureza da água. **(2,5 pontos)**

QUESTÃO 23

Os ciclos do carbono e da água na natureza estão representados simplificadamente, a seguir:



a) Escreva uma equação química que represente uma reação química que pode ocorrer em cada um dos ciclos apresentados. **(3,0 pontos)**

b) Identifique um processo natural que ocorre em um desses ciclos e que seja semelhante a um processo de purificação de substâncias. **(2,0 pontos)**

QUESTÃO 24

O quadro, a seguir, apresenta informações acerca da distribuição eletrônica da camada de valência de cinco elementos químicos.

Elemento químico		Nível	Subnível	
Símbolo	Nome		**s**	**p**
Li	lítio	2	↑↓	___ ___ ___
		3	↑↓	↑ ___ ___
		4	↑↓	↑ ↑ ___
		5	↑↓	↑↓ ↑↓ ↑
		6	↑↓	___ ___ ___

a) Complete esse quadro. **(2,0 pontos)**

b) Cite três combinações desses elementos que resultem em ligações metálicas. **(1,5 ponto)**

c) Cite três combinações desses elementos que resultem em ligações iônicas. **(1,5 ponto)**