O Centro de Seleção da Universidade Federal de Goiás coloca à disposição as ***respostas esperadas oficiais*** das questões da prova de Matemática, Física e Química – Grupo 1 – da segunda etapa do Processo Seletivo 2007. Essas respostas foram utilizadas como referência no processo de correção. Foram também consideradas corretas outras respostas que se encaixaram no conjunto de idéias que corresponderam às expectativas das bancas quanto à abrangência e à abordagem do conhecimento, bem como à elaboração do texto. Respostas parciais também foram aceitas, sendo que a pontuação a elas atribuída correspondeu aos diferentes níveis de acerto.

MATEMÁTICA

QUESTÃO 1

De acordo com os dados, em 2006, serão investidos 673 bilhões de dólares. Esse valor representa um acréscimo de 6,2% em relação ao ano de 2005. Denotando por *x* o total investido em 2005, tem-se:

$$x+\frac{6{,}2}{100}x=673.$$

Resolvendo essa equação obtém-se:

$$x=\frac{673}{1{,}062}\cong 633{,}71.$$

O total investido no período 2005 foi aproximadamente 633,71 bilhões de dólares.

(5,0 pontos)

QUESTÃO 2

Usando do fato de que os centros e o ponto de tangência de duas circunferências tangentes são colineares, obtém-se que o centro $P(x_0,y_0)$ pertence à reta de equação $y=\frac{x}{3}$.

Desta forma, o centro $P(x_0,y_0)$ deve satisfazer o seguinte sistema:

$$\begin{cases}(3-x_0)^2+(1-y_0)^2=1\\ x_0=3y_0\end{cases}$$

Resolvendo esse sistema, obtém-se as soluções

$$y_0=1\pm\frac{1}{\sqrt{10}} \text{ e } x_0=3\pm\frac{3}{\sqrt{10}}.$$

Como $P(x_0,y_0)$ é o centro da circunferência tangente externa, as coordenadas de *P* são $\left(3+\frac{3}{\sqrt{10}},1+\frac{1}{\sqrt{10}}\right)$.

(5,0 pontos)

QUESTÃO 3

Denotando-se por *x* o peso do caminhão vazio, por *y* o peso da carga de soja na primeira viagem e por *z* o peso da carga na segunda viagem, de acordo com o enunciado, tem-se

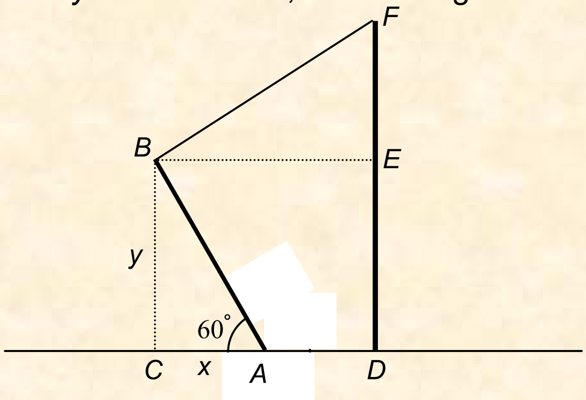
$$\begin{cases}y+z=50\\ x+y=45\\ x+z=35\end{cases}.$$

Resolvendo esse sistema, obtêm-se os valores de $x=15$ e $y=30$. Portanto, o peso do caminhão vazio é 15 toneladas e o peso da soja transportada na primeira viagem é 30 toneladas.

(5,0 pontos)

QUESTÃO 4

Considerando-se $\overline{DE} = \overline{CB} = y$ e $\overline{BE} = 4 + x$, como na figura abaixo, tem-se que:



$sen60^\circ = \dfrac{y}{8} \Rightarrow y = 8sen60^\circ \Rightarrow y = 4\sqrt{3}$ e $\cos 60^\circ = \dfrac{x}{8} \Rightarrow x = 8\cos 60^\circ \Rightarrow x = 4$

Aplicando o Teorema de Pitágoras ao triângulo BEF, obtém-se que

$\overline{EF}^2 = 10^2 - \overline{BE}^2 = 10^2 - 8^2 = 36 \Rightarrow \overline{EF} = 6$.

Assim, a altura do poste é igual a $\overline{DF} = \overline{EF} + \overline{DE} = 6 + 4\sqrt{3} \cong 12{,}92$ m.

(5,0 pontos)

QUESTÃO 5

As bases dos retângulos crescem segundo uma progressão aritmética tal que o primeiro termo é $a_1 = 1$ e, como o último quadrilátero é um quadrado de perímetro 20, segue que $a_6 = 5$.

Usando-se o termo geral de uma progressão aritmética, $a_6 = a_1 + (6-1)a$, obtém-se que $a = \dfrac{4}{5} = 0{,}8$.

Considere agora as alturas. Elas decrescem segundo uma progressão aritmética tal que o primeiro termo é $b_1 = 9$ e, como no caso das bases, $b_6 = 5$.

Como $b_6 = b_1 + (6-1)b$, obtém-se $b = -\dfrac{4}{5} = -0{,}8$.

(5,0 pontos)

QUESTÃO 6

a) Para um desconto de R$ 1,00, o supermercado irá vender 800 pacotes com um lucro de R$ 1,00 por pacote. Portanto, seu lucro será de R$ 800,00. **(2,0 pontos)**

b) Para um desconto de *x* reais, o lucro será dado por $L = (400 + 400x)(2 - x)$.

Considerando *p* o preço de cada pacote, então $p = 6 - x$. Portanto, o lucro em função do preço (*p*) é dado pela expressão: $L = 400(7 - p)(p - 4)$.

O lucro será máximo para $p = 5{,}5$ reais. **(3,0 pontos)**

QUESTÃO 7

O volume do medicamento injetado corresponde ao volume de um cilindro cujo diâmetro da base é igual ao diâmetro do êmbolo da seringa e a altura corresponde ao seu deslocamento. Como 6 ml correspondem a 6 cm^3 ou 6000 mm^3, e o raio da base é igual a 10 mm, tem-se:

$$V = \pi R^2 h = 6000 \quad \Rightarrow h = \frac{6000}{100\pi} = \frac{60}{\pi} \text{ mm}$$

Obtém-se o valor aproximado $h \cong \dfrac{60}{3{,}14} \cong 19{,}1$ mm, utilizando o valor aproximado para π de 3,14.

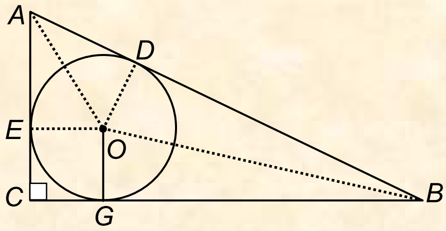
(5,0 pontos)

QUESTÃO 8

a) O raio da circunferência que circunscreve o triângulo *ABC* é a metade da hipotenusa.

Logo $R = 9$ cm. Desta forma, o comprimento da circunferência é 18π cm. **(1,5 pontos)**

b) Observando a figura abaixo



obtém-se as seguintes relações: $\overline{AE} = \overline{AC} - 3$ e $\overline{BG} = \overline{BC} - 3$.

O triângulo *AEO* é congruente ao triângulo *ADO* e o triângulo *BGO* é congruente ao triângulo *BOD*.

Usando-se estes fatos obtém-se que $\overline{AD} = \overline{AC} - 3$ e $\overline{BD} = \overline{BC} - 3$

Desta forma,

$18 = \overline{BD} + \overline{AD} = \overline{AC} + \overline{BC} - 6 \Rightarrow \overline{AC} + \overline{BC} = 24$.

Como $\overline{AB} = 18$, o perímetro do triângulo *ABC* é igual a 42 cm. **(3,5 pontos)**

FÍSICA

QUESTÃO 09

a) De P a Q, temos: t_q : tempo de queda e v_p velocidade horizontal da bolinha, logo,

$$D = v_p t_q \text{ e } H = \frac{1}{2} g t_q^2 = \frac{1}{2} g \left(\frac{D}{v_p}\right)^2 \Rightarrow v_p^2 = \frac{gD^2}{2H} \quad (1)$$

Conservação da energia mecânica $\Rightarrow \frac{1}{2} kx^2 = mgH + \frac{1}{2} m v_p^2 \quad (2)$

Substituindo (1) em (2):

$$\Rightarrow \frac{1}{2} kx^2 = mgH + \frac{1}{2} mg \frac{D^2}{2H} = mgH \left[1 + \left(\frac{D}{2H}\right)^2\right] \Rightarrow \boxed{x = \sqrt{\frac{2mgH}{k}\left[1 + \left(\frac{D}{2H}\right)^2\right]}}$$

(2,5 pontos)

b) Força resultante em P: $N + mgsen\theta = F_C = m\frac{v_p^2}{R} \quad (3)$

Substituindo (1) em (3): $N = m\frac{gD^2}{2HR} - mgsen\theta \Rightarrow \boxed{N = mg\left(\frac{D^2}{2HR} - sen\theta\right)}$

(2,5 pontos)

QUESTÃO 10

a) Sendo F_B a força de reação em B e tomando a origem (pólo) em A, temos:

$$\sum M = 0 \Rightarrow l_{AB} F_B - l_{AC} P\cos\alpha = 0 \Rightarrow F_B = \frac{l_{AC}}{l_{AB}} P\cos\alpha = \frac{80}{50} 80\sqrt{3}\cos 30° \Rightarrow \boxed{|F_B| = 192 \text{ N}}$$

(2,0 pontos)

b) $\sum F_x = F_{Ax} - F_{Bx} = 0 \Rightarrow F_{Ax} = F_B sen\alpha = 192 sen 30° \Rightarrow \boxed{|F_{Ax}| = 96 \text{ N}}$

$$\sum F_y = F_{Ay} + F_{By} - P = 0 \Rightarrow F_{Ay} = P - F_B\cos\alpha = 80\sqrt{3} - 192\cos 30° \Rightarrow \boxed{|F_{Ay}| = 16\sqrt{3} \text{ N}}$$

(3,0 pontos)

QUESTÃO 11

a) No equilíbrio: $E = P \Rightarrow d_a S L_i g = d_m S L g \Rightarrow L_i = \frac{d_m}{d_a} L = \frac{0,5}{0,8} 16 \Rightarrow \boxed{L_i = 10 \text{ cm}}$

(2,0 pontos)

b) Sendo x o deslocamento do cilindro em relação à água:

$$F_R = E - P - kx = d_a S(L_i - x)g - mg - kx = -d_a Sgx - kx = -(d_a Sg + k)x = -k_{eq} x$$

Portanto,

$$\omega = \sqrt{\frac{k_{ef}}{m}} = \sqrt{\frac{d_a Sg + k}{d_m SL}} = \sqrt{\frac{0,8\times10^3 \times 1,0\times10^{-4} \times 10 + 0,352}{0,5\times10^3 \times 1,0\times10^{-4} \times 16\times10^{-2}}} = \sqrt{\frac{1.152}{8}} = \sqrt{144} \Rightarrow \boxed{\omega = 12 \text{ rad/s}}$$

(3,0 pontos)

QUESTÃO 12

$$E_{Sol} = E_{Term} \Rightarrow PAt = mc\Delta T + mL \Rightarrow t = \frac{m(c\Delta T + L)}{PA}$$

Sendo ε a espessura do gelo e A sua área superficial temos: $m = dA\varepsilon$, logo,

$$t = \frac{d\varepsilon(c\Delta T + L)}{P} = \frac{1{,}0\times10^3\times4{,}0\times10^{-2}(0{,}5\times16+80)\times10^3\times4{,}0}{320} = \frac{16\times88\times10^4}{320}$$

$\boxed{t = 4{,}4\times10^4 \text{ s}}$ ou $\boxed{t \approx 12{,}2 \text{ horas}}$ **(5,0 pontos)**

QUESTÃO 13

$$p + p' = 2 \quad (1)$$

$$A = \frac{i}{o} = -\frac{p'}{p} = \frac{-3o}{o} \Rightarrow p' = 3p \quad (2)$$

De (1) e (2): $p = 0{,}5$ m e $p' = 1{,}5$ m.

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = 2 + \frac{2}{3} = \frac{8}{3} \Rightarrow \boxed{f = 0{,}375 \text{ m}}$$ **(5,0 pontos)**

QUESTÃO 14

Cargas Q de mesmo sinal:

$$Tsen30° = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q^2}{D^2} \quad \text{e} \quad T\cos30° = P \Rightarrow tg30° = \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 PD^2} \quad (1)$$

$$D = 2l + 2lsen30° = 3l$$

Cargas q de sinais opostos:

$$Tsen30° = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{d^2} \quad \text{e} \quad T\cos30° = P \Rightarrow tg30° = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 Pd^2} \quad (2)$$

$$d = 2l - 2lsen30° = l$$

$$(1) = (2) \Rightarrow \frac{Q^2}{D^2} = \frac{q^2}{d^2} \Rightarrow \left|\frac{Q}{q}\right| = \frac{D}{d} = \frac{3l}{l} \Rightarrow \boxed{\left|\frac{Q}{q}\right| = 3}$$ **(5,0 pontos)**

QUESTÃO 15

a) Amperímetro – resistência R_S em paralelo:

$$R_G i_G = R_S(i_{Max} - i_G) \Rightarrow R_S = \frac{i_G}{i_{Max} - i_G} R_G = \frac{2\times10^{-3}}{48\times10^{-3}}\times100 \Rightarrow \boxed{R_S \approx 4{,}2\ \Omega}$$ **(2,5 pontos)**

b) Voltímetro – resistência R_S em série:

$$(R_G + R_S)i_G = V_{Max} \Rightarrow R_S = \frac{V_{Max}}{i_G} - R_G = \frac{20}{2\times10^{-3}} - 100 \Rightarrow \boxed{R_S \approx 9.900\ \Omega}$$ **(2,5 pontos)**

QUESTÃO 16

$$F_c = F_e \Rightarrow \frac{mv^2}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r^2} \Rightarrow (mvr)^2 = \frac{mre^2}{4\pi\varepsilon_0} \quad (1)$$

Da hipótese: $(mvr)^2 = \left(\frac{h}{2\pi}\right)^2 n^2 \quad (2)$

(1) = (2) $\Rightarrow \frac{mre^2}{4\pi\varepsilon_0} = \left(\frac{h}{2\pi}\right)^2 n^2 \Rightarrow \boxed{r = \frac{\varepsilon_0 h^2}{\pi m e^2} n^2}$ **(5,0 pontos)**

QUÍMICA

QUESTÃO 17

$C_{Sol1} \times V_{Sol1} + C_{Sol2} \times V_{Sol2} = C_{SolFinal} \times V_{SolfFnal}$
$1{,}5 \times V_{Sol1} + 0{,}5 \times V_{Sol2} = 0{,}9 \times 100$

$1{,}5 \times V_{Sol1} + 0{,}5 \times V_{Sol2} = 90$
$V_{Sol1} + V_{Sol2} = 100$

$V_{Sol1} = 100 - V_{Sol2}$

Logo,

$1{,}5 \times (100 - V_{Sol2}) + 0{,}5 \times V_{Sol2} = 90$
$V_{Sol2} = 60$ mL

$V_{Sol1} = 100 – 60$
$V_{Sol1} = 40$ mL

(5,0 pontos)

QUESTÃO 18

a) Em I, tem-se IND

Em II, tem-se IND e IND^-

Em III, tem-se IND^-

(3,0 pontos)

b) $K = [IND^-].[H^+] / [IND]$

Como em II, $[IND] = [IND^-]$

$K = [H^+] = 3{,}2 \times 10^{-4}$ mol L^{-1}

(2,0 pontos)

QUESTÃO 19

Equação que representa a reação entre o vapor de água e o peróxido:

$$4KO_2(s) + 2H_2O(g) \longrightarrow 4KOH(s) + 3O_2(g)$$

OU

$$2KO_2(s) + 2H_2O(g) \longrightarrow 2KOH(s) + H_2O_2(l) + O_2(g)$$

Remoção do gás carbônico:

$$KOH(s) + CO_2(g) \longrightarrow KHCO_3(s)$$

OU

$$2KOH(s) + CO_2(g) \longrightarrow K_2CO_3(s) + H_2O$$

(5,0 pontos)

QUESTÃO 20

Célula alcalina

E°/V

$O_2(g) + 2H_2O(l) + 4e^- \rightarrow 4OH^-(aq)$ +0,40

(2x) $H_2(g) + 2OH^-(aq) \rightarrow 2H_2O(l) + 2e^-$ +0,83

$O_2(g) + 2H_2(g) \rightarrow 2H_2O(l)$ +1,23 V

Célula de ácido fosfórico

$O_2(g) + 4H^+(aq) + 4e^- \rightarrow 2H_2O(l)$ + 1,23

(2x) $H_2(g) \rightarrow 2H^+(aq) + 2e^-$ 0,00

$O_2(g) + 2H_2(g) \rightarrow 2H_2O(l)$ +1,23 V

(5,0 pontos)

QUESTÃO 21

Datação = tempo de meia vida x $\frac{[^3He]}{[^3H]}$ x 0,7

Tempo de meia vida = 12,4 anos

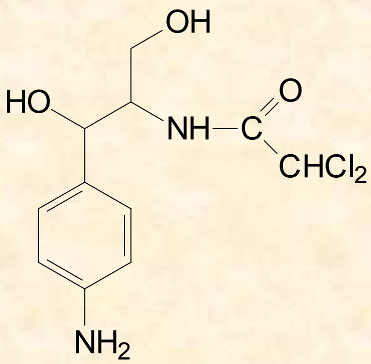
Amostra: $[^3He] = 3 \times [^3H]$

Logo, a idade da amostra é de 12,4 x 3 x 0,7 = 26 anos

(5,0 pontos)

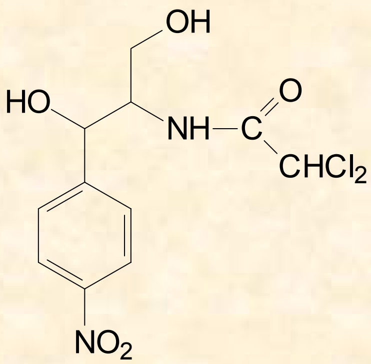
QUESTÃO 22

a)



(2,0 pontos)

b)



(3,0 pontos)

QUESTÃO 23

a) $HCl(aq) + NaHCO_3(aq) \rightarrow Na^+(aq) + Cl^-(aq) + CO_2(g) + H_2O(l)$ pH = 7

b) $CH_3COOH(aq) + NaHCO_3(aq) \rightarrow CH_3COONa(aq) + CO_2(g) + H_2O(l)$
$CH_3COONa(aq) + H_2O(l) \rightarrow Na^+(aq) + CH_3COOH(aq) + OH^-(aq)$ pH > 7

c) $NH_4Cl(aq) + NaHCO_3(aq) \rightarrow NH_3(aq) + CO_2(g) + H_2O(l)$
$NH_3(aq) + H_2O(l) \rightarrow NH_4OH(aq)$ pH > 7

(5,0 pontos)

QUESTÃO 24

a) A: $H_3C\text{-}COCH_2CH_3$ (2-butanona)
B: $H_3CHCOHCH_2CH_3$ (2-butanol) ou C_4H_{10} (butano) **(2,0 pontos)**

Quando o produto em B for o álcool (2-butanol):
b) Forma uma mistura racêmica. Os enantiômeros desviam a luz polarizada em valores idênticos, porém em sentidos opostos.

Quando o produto em B for o alcano (butano)
b) Como o butano não apresenta centro estereogênico/carbono quiral, não ocorre o desvio da luz polarizada.

(3,0 pontos)