

CADERNO DE QUESTÕES TERCEIRA AVALIAÇÃO

27/06/2010

Geometria Analítica Introdução ao Cálculo

SÓ ABRA ESTE CADERNO QUANDO AUTORIZADO

LEIA ATENTAMENTE AS INSTRUÇÕES

1. Quando for permitido abrir o caderno, verifique se ele está completo ou se apresenta imperfeições gráficas que possam gerar dúvida. Caso contenha defeito, solicite ao aplicador a sua troca.
2. Este caderno contém as provas de Geometria Analítica, com 4 questões, e de Introdução ao Cálculo, com 4 questões. Utilize os espaços em branco deste caderno para rascunho.
3. Verifique se os seus dados constantes na parte inferior de cada folha de resposta e na última página do cartão de correção estão corretos. Caso apresente erros, notifique-os ao aplicador de prova.
4. As questões deverão ser respondidas com caneta esferográfica de tinta preta fabricada em material transparente. Não basta colocar a resposta final com caneta – é preciso que você demonstre o desenvolvimento do raciocínio para chegar à resposta. Resoluções a lápis **NÃO** serão corrigidas e, portanto, terão pontuação zero.
5. As folhas de respostas serão despersonalizadas antes da correção. Para a banca corretora, você será um candidato anônimo. Desenhos, recados, orações ou mensagens, inclusive religiosas, nome, apelido, pseudônimo ou rubrica escritos na folha de resposta são considerados elementos de identificação. Se houver alguma ocorrência como os casos mencionados anteriormente, sua prova será desconsiderada, e atribuir-se-lhe-á pontuação zero.
6. A duração das provas será de 4 horas, já incluídas nesse tempo a leitura dos avisos e a coleta de impressão digital.
7. Você só poderá retirar-se definitivamente da sala e do prédio após terem decorridas **duas horas** de prova e poderá levar este caderno de prova somente **uma hora** antes do horário determinado para o término da prova.
8. AO TERMINAR, DEVOLVA OS CADERNOS DE RESPOSTAS AO APLICADOR DE PROVA.

Geometria Analítica

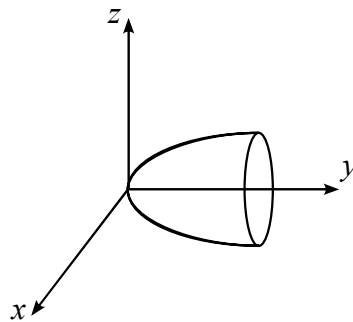
QUESTÃO 1

Operações com vetores aparecem em várias aplicações da Matemática; por exemplo, no cálculo do volume do paralelepípedo determinado pelos vetores \vec{u} , \vec{v} e \vec{w} , efetua-se o produto misto destes vetores. Assim, sendo $\vec{u}=(1, 2, 0)$, $\vec{v}=(0, 3, 2)$ e $\vec{w}=(3, 0, 1)$, determine:

- a) o produto escalar de \vec{u} por \vec{v} ; (5,0 pontos)
- b) o produto vetorial de \vec{v} por \vec{w} ; (10,0 pontos)
- c) o volume do paralelepípedo formado por \vec{u} , \vec{v} e \vec{w} . (10,0 pontos)

QUESTÃO 2

A figura a seguir ilustra a superfície obtida pela rotação, em torno do eixo Oy , da parábola $y = \frac{1}{9}z^2$ no plano yz .



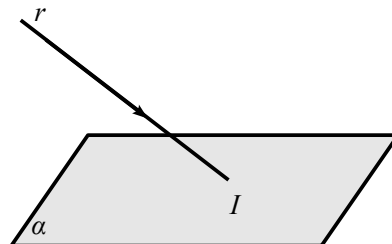
Com base no exposto, determine:

- a) a equação da superfície; (15,0 pontos)
- b) o raio e o centro da circunferência interseção da superfície com o plano $y=1$. (10,0 pontos)

QUESTÃO 3

Um raio de luz incide no plano α de equação $x+y=6$ segundo a reta r de equações paramétricas $x=1+t$, $y=2+t$, $z=1-\sqrt{6}t$, conforme ilustra a figura. Considerando o exposto, determine:

- a) o ponto de incidência I ; (15,0 pontos)
- b) o ângulo de incidência (menor ângulo entre r e o vetor normal a α). (10,0 pontos)



QUESTÃO 4

Considere a superfície esférica de equação $x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 4$ e o ponto $P(1, 2, 4)$. Com base nos dados apresentados, determine:

- a) as equações paramétricas da reta definida pelo centro da esfera e pelo ponto P ; (15,0 pontos)
- b) a menor distância de P à esfera. (10,0 pontos)

Introdução ao Cálculo

QUESTÃO 1

O coeficiente de reflexão de tensão de uma carga é dado por

$$\Gamma_r = \frac{z_r - z_0}{z_r + z_0},$$

em que z_r e z_0 são números complexos. Para $z_r = 1 + i$ e $z_0 = i$,

- escreva Γ_r na forma $a + bi$; (13,0 pontos)
- calcule o módulo de Γ_r . (12,0 pontos)

QUESTÃO 2

As funções polinomiais são fáceis de ser calculadas porque envolvem apenas as operações de adição e multiplicação. Elas podem ser usadas, por exemplo, para aproximar funções mais gerais. Desse modo, considere as seguintes funções polinomiais:

$$f(x) = x^3 + 1, \quad g(x) = x + 1 \quad \text{e} \quad h(x) = ax^2 + bx + c,$$

onde a, b e c são constantes reais. Tendo em vista o exposto, calcule:

- o resto da divisão de $f(x)$ por $g(x)$; (13,0 pontos)
- os valores de a, b e c , de modo que $f(x) = g(x)h(x)$. (12,0 pontos)

QUESTÃO 3

Em projetos de linhas de transmissão de energia elétrica às vezes é necessário realizar operações com polinômios, como o apresentado a seguir, envolvendo números complexos. Dessa forma, dado o polinômio $p(z) = (z^3 - 1)(z^2 + 4)$, calcule:

- o valor $p(i)$, em que i é a unidade imaginária; (13,0 pontos)
- as raízes de $p(z)$ no conjunto dos números complexos \mathbb{C} . (12,0 pontos)

QUESTÃO 4

A função $T: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$, que associa a cada número complexo z o número complexo $T(z) = iz$, produz uma rotação de $\frac{\pi}{2}$ rad, no sentido anti-horário, no número complexo z . Com base no exposto,

- calcule o valor $T(w)$ para $w = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$, escreva-o na forma trigonométrica (polar) e represente-o no plano complexo; (13,0 pontos)
- verifique que para todo $z \in \mathbb{C}$ tem-se $T^4(z) = z$, em que $T^4(z) = (T \circ T \circ T \circ T)(z)$ e “ \circ ” indica a composição de funções. (12,0 pontos)

RASCUNHO

RASCUNHO
