



# CADERNO DE QUESTÕES

## PRIMEIRA AVALIAÇÃO

28/03/2010

# Geometria Analítica

# Introdução ao Cálculo

SÓ ABRA ESTE CADERNO QUANDO AUTORIZADO

### LEIA ATENTAMENTE AS INSTRUÇÕES

1. Quando for permitido abrir o caderno, verifique se ele está completo ou se apresenta imperfeições gráficas que possam gerar dúvida. Caso contenha defeito, solicite ao aplicador a sua troca.
2. Este caderno contém as provas de Geometria Analítica, com 4 questões, e de Introdução ao Cálculo, com 4 questões. Utilize os espaços em branco deste caderno para rascunho.
3. Verifique se os seus dados constantes na parte inferior de cada folha de resposta e na última página do cartão de correção estão corretos. Caso apresente erros, notifique-os ao aplicador de prova.
4. As questões deverão ser respondidas com caneta esferográfica de tinta preta fabricada em material transparente. Não basta colocar a resposta final com caneta – é preciso que você demonstre o desenvolvimento do raciocínio para chegar à resposta. Resoluções a lápis **NÃO** serão corrigidas e, portanto, terão pontuação zero.
5. As folhas de respostas serão despersonalizadas antes da correção. Para a banca corretora, você será um candidato anônimo. Desenhos, recados, orações ou mensagens, inclusive religiosas, nome, apelido, pseudônimo ou rubrica escritos na folha de resposta são considerados elementos de identificação. Se houver alguma ocorrência como os casos mencionados anteriormente, sua prova será desconsiderada, e atribuir-se-lhe-á pontuação zero.
6. A duração das provas será de 4 horas, já incluídas nesse tempo a leitura dos avisos e a coleta de impressão digital.
7. Você só poderá retirar-se definitivamente da sala e do prédio após terem decorridas **duas horas** de prova e poderá levar este caderno de prova somente **uma hora** antes do horário determinado para o término da prova.
8. AO TERMINAR, DEVOLVA OS CADERNOS DE RESPOSTAS AO APLICADOR DE PROVA.

**GEOMETRIA ANALÍTICA****QUESTÃO 1**

Os pontos  $A(2, 1)$  e  $B(4, 2)$  são dois vértices de um triângulo retângulo  $ABC$ . O ângulo reto é o ângulo  $A$ . Calcule o vértice  $C$ , sabendo-se que ele está sobre a reta  $y=4x-1$ .

**(25,0 pontos)****QUESTÃO 2**

Considere duas retas  $r$  e  $s$ , dadas pelas equações  $r:y=2x$ ;  $s:x=2y$ . Com base nesses dados, (a) calcule o valor da tangente do ângulo  $\theta$ , em que  $\theta$  é o menor ângulo entre  $r$  e  $s$ ;

**(12,0 pontos)**

(b) escreva a equação da bissetriz do maior ângulo entre  $r$  e  $s$ .

**(13,0 pontos)****QUESTÃO 3**

Três moradores da zona rural desejam perfurar um poço artesiano para abastecer suas residências. Estabelece-se que o poço deve ficar à mesma distância de cada residência. Admitindo-se que a região seja plana e que as residências estejam localizadas nos pontos  $A(0, 0)$ ,  $B(3, 0)$  e  $C(1, 3)$ , localize o ponto  $P$  em que se deve perfurar o poço.

**(25,0 pontos)****QUESTÃO 4**

Considere que  $m_1$ ,  $m_2$  e  $m_3$  são as massas (em gramas) de três partículas, localizadas, respectivamente, nos pontos  $P_1(x_1, y_1)$ ,  $P_2(x_2, y_2)$  e  $P_3(x_3, y_3)$  de um plano. As coordenadas  $(x, y)$  do centro de massa desse sistema de partículas são dadas por:

$$x = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3}{m_1 + m_2 + m_3} \text{ e } y = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + m_3 y_3}{m_1 + m_2 + m_3}.$$

Calcule  $m_2$  e  $m_3$ , sabendo-se que  $m_1=2g$ , o centro de massa é o ponto  $(1, 2)$ ,  $P_1(0, -1)$ ,  $P_2(4, 2)$  e  $P_3(-2, 3)$ .

**(25,0 pontos)****RASCUNHO**

## INTRODUÇÃO AO CÁLCULO

### QUESTÃO 1

A altura  $h$  (em metros) de uma árvore de determinada espécie é dada pela expressão  $h(t) = \frac{3t}{1+t}$ , em que  $t$  é a idade da árvore em anos. Com base no exposto,

- (a) calcule as alturas, em metros, dessa árvore quando ela atingir as idades de 1,5 e de 4 anos; **(8,0 pontos)**
- (b) encontre o intervalo de tempo durante o qual a altura seja inferior a 1 m; **(9,0 pontos)**
- (c) resolva a desigualdade  $h(t) > 3$  e interprete o resultado. **(8,0 pontos)**

### QUESTÃO 2

Numa partida de futebol, o goleiro bate um tiro de meta, e a bola descreve uma parábola dada pela equação  $y = -\frac{x^2}{20} + 2x$ , em que  $x$  é dado em metros.

Considerando o exposto,

- (a) calcule a distância, em metros, entre o local do tiro de meta e o ponto em que a bola atinge o solo; **(8,0 pontos)**
- (b) calcule a altura máxima, em metros, que a bola atinge; **(9,0 pontos)**
- (c) esboce o gráfico que corresponde à trajetória da bola. **(8,0 pontos)**

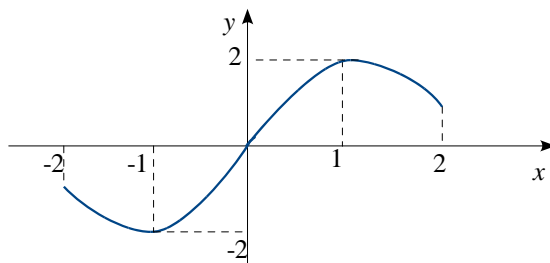
### QUESTÃO 3

O valor pago por uma empresa a cada empregado é  $x$  reais por dia, em que o valor de  $x$  depende da produção do empregado. Uma empresa estabeleceu que o valor pago aos funcionários que trabalham no setor administrativo deve satisfazer a desigualdade  $|x - 60| \leq 10$  e o valor pago aos operários deve satisfazer a desigualdade  $x^2 - 70x + 1000 \leq 0$ . Dessa forma,

- (a) calcule o maior e o menor valor diário possível pago a um funcionário do setor administrativo; **(12,0 pontos)**
- (b) calcule o maior valor diário possível pago a um operário. **(13,0 pontos)**

### QUESTÃO 4

Usando uma calculadora científica, um aluno esboçou o gráfico da função  $f(x) = \frac{4x}{1+x^2}$  aparecendo no visor a seguinte figura:



Considerando o exposto, responda:

- (a) Qual é a imagem da função  $f$ ? **(8,0 pontos)**
- (b) A função  $f$  é injetiva no intervalo  $[-1, 1]$ ? Justifique a sua resposta. **(9,0 pontos)**
- (c) Em quais intervalos de  $x$  a função  $f$  é crescente e em quais ela é decrescente? **(8,0 pontos)**

---

**RASCUNHO**

---

---

**RASCUNHO**

---