RESPOSTAS ESPERADAS PRELIMINARES

O Centro de Seleção da Universidade Federal de Goiás divulga as respostas esperadas preliminares das questões da prova de Geometria Analítica do Processo Seletivo Estendido 2011-1. Essas respostas serão utilizadas como referência no processo de correção. Serão também consideradas corretas outras respostas que se encaixem no conjunto de ideias que correspondam às expectativas da banca quanto à abrangência e à abordagem do conhecimento. Respostas parciais também serão aceitas, sendo que a pontuação a elas atribuída considerará os diferentes níveis de acerto.

QUESTÃO 1

Considere P, L e R a quantidade de pães, leite e refrigerante, respectivamente. Como 30% de $\text{R\$ } 10{,}00$ é equivalente a $\text{R\$ } 3{,}00$, e cada lata de refrigerante custa $\text{R\$ } 1{,}50$, então

$$1{,}50\,R=3{,}00 \Rightarrow R=2$$

Sobrou $\text{R\$ } 7{,}00$ para o restante da compra. Como a unidade de pão francês custa $\text{R\$ } 0{,}50$ e a caixa de leite custa $\text{R\$ } 2{,}00$, então

$$0{,}50\,P+2{,}00\,L=7{,}00$$

Sabendo que a senhora comprou três vezes mais pães do que caixas de leite, tem-se $P=3\text{L}$. Portanto,

$$0{,}50(3\text{L})+2{,}00\,L=7{,}00 \Rightarrow L=2, \text{ e } P=3.2=6$$

Sendo assim, a compra efetuada pela senhora foi composta de seis unidades de pão francês, duas caixas de leite e duas latas de refrigerante.

QUESTÃO 2

Tem-se que a matriz identidade é dada por $I=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$. Como $A=\begin{pmatrix}-2 & 1\\ 1 & -2\end{pmatrix}$, então

$$A-\lambda I=\begin{pmatrix}-2 & 1\\ 1 & -2\end{pmatrix}+\lambda\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2-\lambda & 0\\ 0 & -2-\lambda\end{pmatrix}$$

Sendo assim,

$$\det(A-\lambda I)=\det\begin{pmatrix}-2-\lambda & 0\\ 0 & -2-\lambda\end{pmatrix}=(-2-\lambda)^2-1$$

Como $\det(A-\lambda I)=0$, então $(-2-\lambda)^2-1=0 \Rightarrow \lambda=-1$ ou $\lambda=-3$

QUESTÃO 3

a) Sejam $w=(3\,,4)$ e $s=(5\,,-1)$ dois vetores no plano. Considere os vetores u e $v=(x_2\,,y_2)$, então $u+v=w$

$$u-v=w \Rightarrow (x_1-x_2\,,y_1-y_2)=(5\,,-1)$$

Logo, obtém-se os seguintes sistemas

$$\begin{cases}x_1+x_2=3\\ x_1-x_2=5\end{cases} \text{ e } \begin{cases}y_1+y_2=4\\ y_1-y_2=-1\end{cases}$$

Portanto, resolvendo os sistemas obtém-se

$$x_1=4,\quad x_2=-1,\quad y_1=\frac{3}{2} \text{ e } y_2=\frac{5}{2}$$

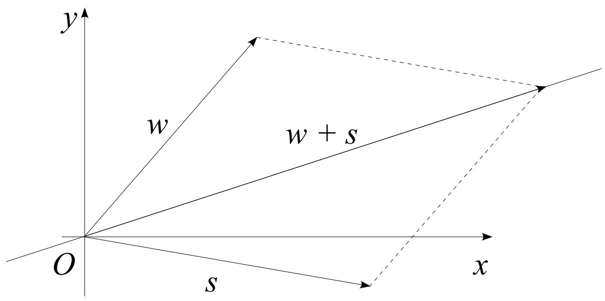
Logo, os vetores procurados são $u=\left(4\ ,\ \frac{3}{2}\right)$ e $v=\left(-1\ ,\ \frac{5}{2}\right)$

b) Dados os vetores $w=(3\ ,\ 4)$ e $s=(5\ ,-1)$, tem-se que $\cos\theta=\frac{w\cdot s}{\|w\|\|s\|}=\frac{11}{5\sqrt{26}}$

E portanto, o ângulo entre os vetores w e s é $\theta=arcos\left(\frac{11}{5\sqrt{26}}\right)$

c) A reta que contém a diagonal maior do paralelogramo formado pelos vetores w e s tem direção $w+s=(8\ ,3)$ e passa pela origem do sistema cartesiano, isto é, $O=(0\ ,0)$. Sendo $P=(x\ ,\ y)$ um ponto arbitrário desta reta, a sua equação paramétrica é dada por:

$$\overrightarrow{OP}=(w+s)t\Rightarrow(x\ ,\ y)=(8t\ ,\ 3t)\Rightarrow\begin{cases}x=8t\\ y=3t\end{cases}$$



QUESTÃO 4

A parábola é definida como o conjunto de pontos $P=(x,\ y)$, tais que $d(P,r)=d(P,F)$, em que F é o foco e r é a diretriz da parábola.

Como $F=(0\ ,\ 2)$ e $r:y=-2$, então, pela definição, tem-se que

$$|y+2|=\sqrt{x^2+(y-2)^2}$$

Portanto, a equação desejada é:

$$y=\frac{x^2}{8}$$