

# CADERNO DE QUESTÕES

## SEGUNDA AVALIAÇÃO

15/05/2011

# Geometria Analítica

## Introdução ao Cálculo

SÓ ABRA ESTE CADERNO QUANDO AUTORIZADO

### LEIA ATENTAMENTE AS INSTRUÇÕES

1. Quando for permitido abrir o caderno, verifique se ele está completo ou se apresenta imperfeições gráficas que possam gerar dúvida. Caso contenha defeito, solicite ao aplicador a sua troca.
2. Este caderno contém as provas de Geometria Analítica, com 4 questões, e de Introdução ao Cálculo, com 4 questões. Utilize os espaços em branco deste caderno para rascunho.
3. A duração das provas será de 4 horas, já incluídas nesse tempo a leitura dos avisos e a coleta de impressão digital.
4. Você só poderá retirar-se definitivamente da sala e do prédio após terem decorridas **duas horas** de prova e poderá levar este caderno de prova somente **uma hora** antes do horário determinado para o término da prova.
5. AO TERMINAR, DEVOLVA OS CADERNOS DE RESPOSTAS AO APLICADOR DE PROVA.

**GEOMETRIA ANALÍTICA****QUESTÃO 1**

Em uma padaria, o preço de uma unidade de pão francês, de uma caixa de leite e de uma lata de refrigerante é, respectivamente, R\$0,50, R\$2,00 e R\$1,50. Uma senhora que dispunha de R\$10,00 consumiu 30% deste valor em latas de refrigerante e, com o restante, comprou três vezes mais pães do que caixas de leite. Considerando o exposto, descreva a compra efetuada por essa senhora.

**(25,0 pontos)****QUESTÃO 2**

Considere a matriz  $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ . Determine os números reais  $\lambda$ , tais que o determinante da matriz  $A - \lambda I$ , em que  $I$  é a matriz identidade, seja nulo.

**(25,0 pontos)****QUESTÃO 3**

Sejam  $w = (3, 4)$  e  $s = (5, -1)$  dois vetores no plano. Considerando o exposto, determine:

a) os vetores  $u$  e  $v$ , tais que a soma  $u + v$  seja  $w$  e que a diferença  $u - v$  seja  $s$ .

**(8,0 pontos)**

b) o ângulo entre os vetores  $w$  e  $s$ .

**(8,0 pontos)**

c) as equações paramétricas da reta que contém a diagonal maior do paralelogramo formado pelos vetores  $w$  e  $s$ .

**(9,0 pontos)****QUESTÃO 4**

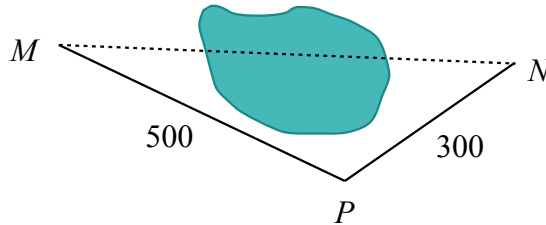
A parábola é o modelo geométrico de um espelho refletor, tal que os raios por ele refletidos e provenientes de uma fonte luminosa pontual (foco) são paralelos a uma direção (eixo) fixado. Esta característica da parábola viabilizou o seu emprego na construção das antenas parabólicas. A parábola é o conjunto dos pontos do plano equidistantes do foco e da diretriz. Com base no exposto, determine a equação da parábola de foco  $F = (0, 2)$  e diretriz  $r: y = -2$ .

**(25,0 pontos)**

## INTRODUÇÃO AO CÁLCULO

### QUESTÃO 1

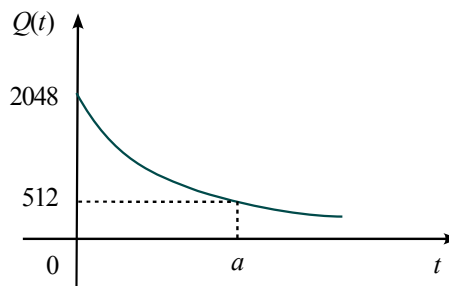
João da Cunha desejava medir a distância entre os pontos  $M$  e  $N$  localizados em sua fazenda. Entre eles existe um lago impossibilitando que fosse realizada diretamente tal medição. Entretanto, João determinou outro ponto  $P$ , que distava 500 metros do ponto  $M$  e de forma que o ângulo  $M\hat{P}N$  media  $120^\circ$ . A seguir, ele verificou que a distância do ponto  $P$  ao ponto  $N$  era de 300 metros, como representado na figura.



Com este procedimento, João conseguiu calcular a medida da distância entre os pontos  $M$  e  $N$ . Qual foi a distância que ele encontrou? **(25,0 pontos)**

### QUESTÃO 2

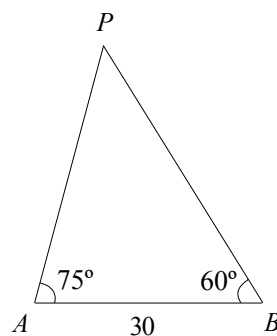
Uma substância se decompõe aproximadamente segundo a lei  $Q(t) = k \cdot 2^{-0,5t}$ , em que  $k$  é uma constante,  $t$  indica o tempo, em minutos, e  $Q(t)$  indica a quantidade de substância, em gramas, presente no instante  $t$ . De acordo com os dados desse processo de decomposição, os quais estão representados no gráfico a seguir, determine os valores de  $k$  e  $a$ .



**(25,0 pontos)**

### QUESTÃO 3

Duas crianças brincam em um parque. Em dado instante, uma se localiza no ponto  $A$  e a outra no ponto  $B$ , os quais distam 30 metros um do outro. Elas avistam um pipoqueiro que se localiza no ponto  $P$ , conforme ilustra a figura a seguir.



Com base no exposto, determine a distância que separa cada uma das crianças do pipoqueiro.

**(25,0 pontos)**

**QUESTÃO 4**

As funções trigonométricas são de fundamental importância para o estudo da matemática tanto em termos teóricos quanto para aplicações em problemas das mais variadas áreas do conhecimento. Portanto, é necessário um bom domínio desse tema. Tendo em vista esta informação, resolva os itens a seguir:

a) calcule o valor da expressão  $25 \operatorname{sen}^2(x) - 9 \operatorname{tg}^2(x)$ , sabendo-se que  $\operatorname{sen} x = \frac{4}{5}$ , **(12,0 pontos)**

b) indique todos os valores reais de  $x$ , para os quais se tenha  $\cos x = -\frac{1}{2}$ . **(13,0 pontos)**